

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике
учащейся 9 класса
муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения
«Средняя общеобразовательная школа № 14» имени А.М. Мамонова
Старооскольского городского округа Белгородской области

Лобачевой Марии Михайловны

Педагог-наставник:
учитель математики
МБОУ «Средняя общеобразовательная
школа №14» имени А.М.Мамонова
Степанова Мария Николаевна

д. 1. Предполагая, что все пингвины разделились на группы по 6 человек. Значит, таких групп две. Также самое большое и рыцари — их тоже две группы. ~~1 случай~~. Теперь разделим ответ на группы: пускай те, кто ответил 0, относятся к I группе; те, кто ответил 1, — к II; те, кто ответил 2, — к III; и те, кто ответил 3, — к IV. Тогда разберем несколько случаев:

1 случай. I и II группы — пингвины, III и IV — рыцари, тогда монет у рыцарей будет: $2 \cdot 8 + 3 \cdot 8 = 16 + 24 = 40$.

Это условие задачи, пингвины всегда врут, значит, у I группы не 0 монет, а у II не 1. Нам просят найти наибольшее значение, значит, будем максимумное значение, которое может быть у I и II группы: это 3. Тогда наибольшее кол-во монет у пингвинов: $3 \cdot 6 + 3 \cdot 6 = 36 + 36 = 72$.

А всего в этом случае монет у всех персонажей $40 + 72 = 112$.

2 случай. I и III — пингвины, тогда монет у II и IV группы: $1 \cdot 6 + 1 \cdot 3 = 6 + 3 = 9$. У I гр. не 0, макс знач — 3; у III — не 2, макс знач — 3. Значит, сумма всех монет: $3 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 9 = 36 + 36 + 9 = 81$.

3 случай. I и IV — пингвины, монет у рыцарей: $1 \cdot 6 + 2 \cdot 8 = 6 + 16 = 22$. У I гр. не 0, макс знач — 3; у IV гр. не 3, макс знач — 2; тогда сумма всех монет: $3 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 22 = 36 + 36 + 22 = 94$.

4 случай. II и III гр. — пингвины, монет у рыцарей: $0 \cdot 6 + 3 \cdot 8 = 24$. У II гр. не 1, макс знач — 3; III — не 2, макс знач — 3; тогда сумма всех монет: $3 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 24 = 36 + 36 + 24 = 96$.

5 случай. II и IV — пингвины, монет у рыцарей: $0 \cdot 6 + 2 \cdot 8 = 16$. У II гр. не 1, макс знач — 3; III — не 3, макс знач — 2; тогда сумма всех монет: $16 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 16 + 18 + 12 = 46$.

6 случай. III и IV — пингвины, монет у рыцарей: $0 \cdot 6 + 1 \cdot 6 = 6$. У III гр. не 2, макс знач — 3; у IV гр. не 3, макс знач — 2; сумма всех монет: $6 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 6 + 18 + 12 = 36$.

Получается, что наибольшее кол-во монет могли суммарно дать всем 32 морских в 1 случае, когда I и II группы пингвины.

Ответ: 88 монет

9.2. Предполагается, что числа можно не однозначные, так как сумма ^{цифр} любого из этих чисел дает само число.

Попробуем работу с двозначными числами. Самое большое число - 99, его сумма ^{цифр} - 18. Возьмем ряд 18 чисел до 99 включительно, то есть: 81, 82, 83, 84... 98, 99.

Заметим, что сумма, например, 98 и 99 одинакова, что означает, что в каждом ряду таких последовательных двозначных чисел сумма ^{цифр} нескольких любых чисел будет повторяться.

Почему самое будет происходить и с трехзначными числами, например: 100, 101, 102... 110... (сумма ^{цифр} 101 и 110 - одинаковая).

В общем, в любом ряду натуральных последовательных чисел сумма ^{цифр} некоторых чисел будет всегда повторяться, и это не зависит от того, сколько ^{цифр} в этом числе. Почему (такой сумма ^{цифр} любых послед. натуральных чисел не совпадает) возможно только в ряду, состоящем из 9 чисел, так как в остальных случаях сумма ^{цифр} некоторых ^{цифр} все равно совпадет. Например, ряд от 11 до 20, в котором 10 чисел, мы уже видим что сумма ^{цифр} 11 и 20 совпадает. Попробуем брать число 20, тогда ряд состоит из 9 чисел от 12 до 20, и не одна сумма ^{цифр} любого из этих чисел не совпадает с другой.

Ответ: Нет, не существует, так как в любом случае сумма ^{цифр} двух или более чисел все равно совпадет.

9.5. Заметим, что числа $a_1 a_2 \dots a_n a_{n+1}$ можно не все одинаковые, и даже если у нас не получается в итоге разное значение; число, образованное произведением любых трех последовательных a (например, $a_1 a_2 a_3$ или $a_2 a_3 a_4$) ~~тоже~~ встречается 2 раза. Таким $a_1 a_2 a_3 a_4 = 11$, тогда представим 11 как

2,75 · 4. Допустим $a_2 a_3 a_4 = 4$, получается ~~что~~
не произведение должно быть в канонизации
 $a_2 a_3 a_4 a_5 = 4 \cdot a_5$. ~~Этот хорошо укладывается на~~

~~Тогда $a_2 a_3 a_4 a_5 =$ Водерем значение, кратное 4.~~
без остатка из ряда 11, 12, 13, ..., 20. Нам по-
ходит 12, 16, 20. Возьмем любое из них, пусть по-
будет 16. $a_2 a_3 a_4 = 4$, тогда, к примеру, мы
можем представить это, как $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$. Значит,
 $a_2 a_3 a_4 a_5 = 16$ представим как $2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot a_5 = 16$,
тогда $a_5 = 1$. $a_2 a_3 a_4 = 4$ мы больше не можем
взять, $a_3 a_4 a_5 a_6$ пусть тоже можно делится
на 4 (остатков 12 и 20). ~~$a_2 a_3 a_4 = 0,5 \cdot 4 \cdot 2$, но~~
~~не έχουμε, какое конкретно а равно какому~~
~~значению, тогда можем считать, что $a_3 = 0,5$,~~
 ~~$a_4 = 2$ или наоборот. $a_3 a_4 a_5 a_6 = 12$, $a_5 = 4$~~
 ~~$\Rightarrow a_3 = 0,5, a_4 = 2 \Rightarrow a_6 \cdot 4 \cdot 0,5 \cdot 2 = 12$, тогда~~
 ~~$a_6 = 3$, следовательно произведение должно быть кратно~~
~~3: подходит 15 и 18. $a_4 a_5 a_6 a_7 = 15$, пусть в про-~~
~~вом случае мы возьмем нечетный $a_5 = 4$ и~~
 ~~$a_4 = 0,5, a_3 = 2 \Rightarrow 0,5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot a_7 = 15$ $a_4 = 2, a_5 = 4$,~~
 ~~$a_6 = 3 \Rightarrow 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot a_7 = 15, a_7 = 0,5 \Rightarrow a_5 a_6 a_7 a_8 = 18$~~
 ~~$\Rightarrow 4 \cdot 3 \cdot 0,5 \cdot a_8 = 18, a_8 = 3$. Тогда, следовательно на-~~
~~чало на 3, не остатков. Продолжим~~
 ~~$a_3 = 1, a_4 = 2 \xrightarrow{a_5 = 1,5} a_3 a_4 a_5 a_6 = 12 \Rightarrow 1 \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot a_6 = 12$~~
 ~~$\Rightarrow 1 \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot 4 = 12, a_6 = 4$, возьмем $a_4 a_5 a_6 a_7 = 10 \Rightarrow$~~
 ~~$\Rightarrow 2 \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot a_7 = 18, a_7 = 1,5; a_5 a_6 a_7 a_8 = 15 \Rightarrow$~~
 ~~$1,5 \cdot 4 \cdot 1,5 \cdot a_8 = 15$~~

Ответ: ~~Да, можно~~ Нет, нельзя, потому что в
какой-то момент произведение трех последов-
тельных а станет равно 4,5, что не делится
ни на одно простое число из всех остальных
из ряда 11, 12, ..., 20.

2.2. Демонстрируя числа 3а-4б своим детям простые
числа 2, 3, 5, 7 и, конечно, 1.

№/п	Кол-во баллов	И.И.О. проверяющих
1	7	Леонов О.М. Конкова Л.А. Кошаренко
2	1	М.Василь-М.В. Васильева И.И. М.В. Иринова
3	0	Курбанова Г.И. Васильева М.И. М.И.
4	X	Левит Гаспарянц Л.А. Ростовый Е.И.
5	1	Леонов О.М. Конкова Л.А. Кошаренко

Итого: 9